LABORATIONSINSTRUKTION

DIGITAL REGLERTEKNIK

Lab nr. 3

DIGITAL PI-REGLERING AV FÖRSTA ORDNINGENS PROCESS

Obs! Alla förberedande uppgifter skall vara gjorda innan laborationstillfället!

Namn:
Program:
Laborationen utförd den:
Laborationshandledarens noteringar:
Godkänd den: Sign:

Tore Svensson 2002

INNEHÅLL

	Sida
1 INLEDNING	3
1.1 Processen	4
1.1.1 Diskretisering av processen	4
* Hemuppgift 1	4
1.2 Tidsdiskret PI-regulator	5
1.2.1 PI-regulatorns differensekvationer	6
* Hemuppgift 2	6
1.3 Reglersystemet	7
1.3.1 Enkel dimensionering av regulatorn	7
* Hemuppgift 3	7
1.3.2 Dimensionering så att ÖF får dubbelrot	8
2 MIKRODATORN	9
* Hemuppgift 4	9
2.1 Programmet	10
3. LABORATIONSUPPGIFTER	11
3.1 Programmering av en digital PI-regulator	11
3.2 Uppmätning av PI-regulatorns stegsvar	11
3.3 Uppmätning av reglersystemets stegsvaret	11
3.4 Kvarstående fel vid ökad belastning?	11
4. FRÅGOR	13

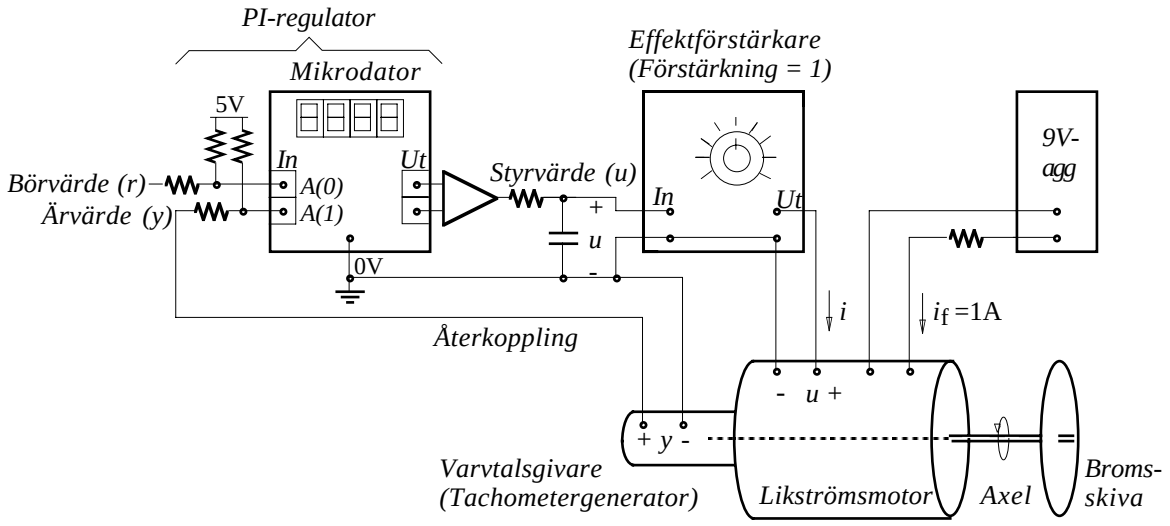
1 INLEDNING

Denna laboration i kursen *Digital reglerteknik* har föregåtts av två simuleringslaborationer vilka behandlat Z-transformen och tidsdiskreta system med hjälp av SIMULINK. I denna laboration undersöks ett reglersystem bestående av en elmotor med varvtalsgivare som varvtalsregleras av en mikrodator (The Handy Board). Mikrodatorn är baserad på Motorola 68HC11 mikroprocessor. Den digitala regulatorn skrivs i programmeringsspråket C och vi skall dessutom använda flyttal som gör att mikrodatorn blir mycket lättanvänd.

Elmotorns varvtal skall regleras och följande *krav* ställs på reglersystemet:
1) Det skall inte finnas något kvarstående varvtalsfel vid konstant börvärde
2) Samplingsintervallet skall vara ungefär halva processens tidskonstant
3) Reglersystemets karakteristiska ekvation skall ha en dubbelrot.
4) Stegsvarets stigtid skall vara så kort som möjligt men samtidigt med högst 2 % översväng.

Utrustningen består av likströmsmotor med en virvelströmsbroms samt en varvtalsgivare (tachometergenerator). Likströmsmotorns elektriska drivkälla är en effektförstärkare som effektmässigt förstärker regulatorsignalen. Före effektförstärkaren sitter regulatorn i form av en mikrodator.

Figur 1.1 ger en orientering om utrustningen. Det förutsätts att nivån på tachometergeneratorns likspänningssignal är direkt proportionell mot motorns varvtal. Observera att vi måste välja referenserna så att givarsignalen *y* har ett positivt värde då motorspänningen *u* är positiv.



Figur 1.1. Skiss över tillgänglig utrustning.

Förloppen mäts med ett oscilloskop och de uppmätta förloppen överförs till en PC-dator så att man t ex kan skriva ut kurvorna.

Detta kapitel fortsätter med en sammanställning av den teori som krävs för att utföra laborationen. Här ingår också hemuppgifter.

1.1 Processen

Processen är en likströmsmotor som styrs med ankarspänningen, se laboration 3 i kursen *Analog reglerteknik.* Vi antar att motorn är mekaniskt obelastad dvs bromsskivan snurrar fritt. Dess överföringsfunktion är

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{1+sT} \tag{1.1}$$

där *y* är varvtalsgivarens utsignal och *u* är ankarspänningen. Båda har enheten 1 volt.

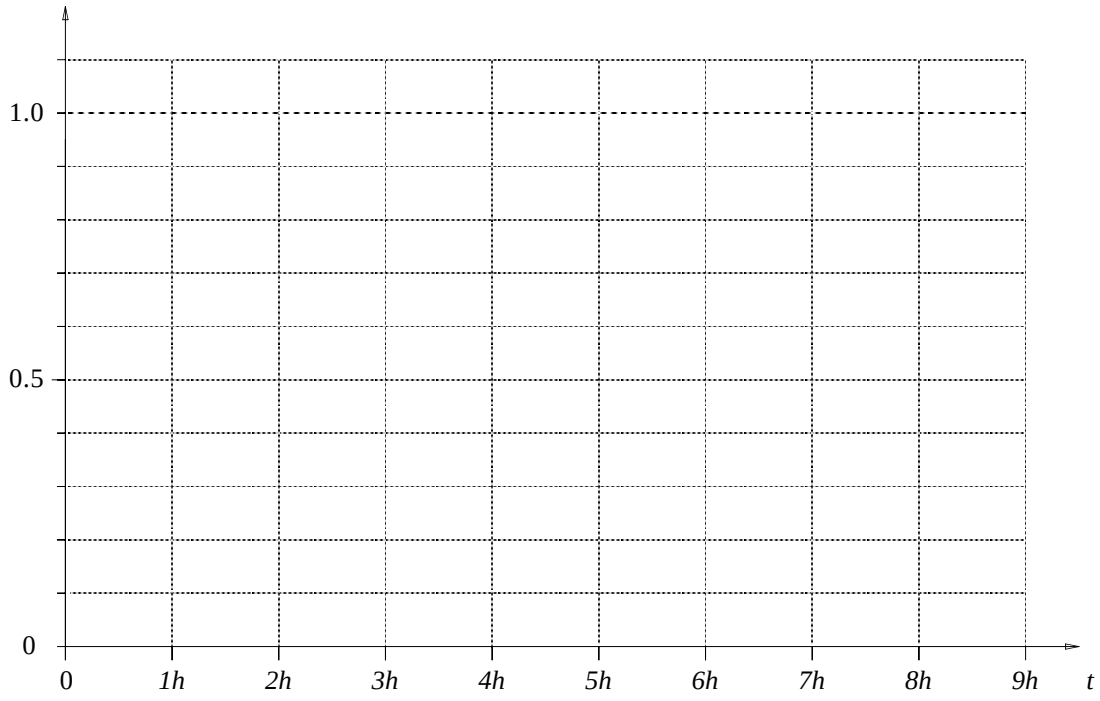
1.1.1 Diskretisering av processen

Processen som skall regleras i denna laboration är således av första ordningen. Den digitala regulatorn styr motorspänningen som kommer att vara konstant i samplingsintervallen. Samplingsintervallet *h* skall väljas till ett värde som är ungefär halva processens tidskonstant. Vi väljer samplingsintervallet 50 ms dvs $e^{-\frac{h}{T}} \approx 0.6$. Processens överföringsfunktion blir med det valda samplingsintervallet:

$$H_P(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = K \cdot \frac{(1-e^{-\frac{h}{T}}) \cdot z^{-1}}{1-e^{-\frac{h}{T}} \cdot z^{-1}} = K \cdot \frac{0.4 \cdot z^{-1}}{1-0.6z^{-1}} \tag{1.2}$$

Hemuppgift 1: Tag fram processens differensekvation och rita dess stegsvar på ett enhetssteg i figur 1.2. Använd K = 0.5.

Differensekvationen: .....



Figur 1.2. Processens stegsvar.

1.2 Tidsdiskret PI-regulator

Den tidsdiskreta PI-regulatorns ÖF skapas genom diskretisering av den tidskontinuerliga:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \cdot (1 + \frac{1}{sT_i}) \Rightarrow \frac{U(z)}{E(z)} = K_p \cdot (1 + \frac{h/T_i}{1 - z^{-1}}) = K_p \cdot \frac{1 + h/T_i - z^{-1}}{1 - z^{-1}} \tag{1.3}$$

Regulatoralgoritmen i mikrodatorn skall vara i form av två differensekvationer. Uppdelningen i två beror på att regulatorn har en P-del och en I-del.

Betrakta följande härledning:

$$H_R(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = K_p \cdot \frac{1 + h/T_i - z^{-1}}{1 - z^{-1}} = K_p \cdot (1 + h/T_i) \cdot \frac{1 - \dfrac{z^{-1}}{1 + h/T_i}}{1 - z^{-1}}$$

$$\Rightarrow U(z) \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 - \dfrac{z^{-1}}{1 + h/T_i}} = K_p \cdot (1 + h/T_i) \cdot E(z) \tag{1.4}$$

$$\Rightarrow U(z) \cdot (1 - \frac{\dfrac{h/T_i}{1 + h/T_i} z^{-1}}{1 - \dfrac{z^{-1}}{1 + h/T_i}}) = K_p \cdot (1 + h/T_i) \cdot E(z)$$

Vi kan nu skriva regulatorn på en form där uppdelningen i P- del och I-del framkommer samt där I-delens "insignal" är styrsignalen själv:

$$U(z) = \frac{\dfrac{h/T_i}{1 + h/T_i} z^{-1}}{1 - \dfrac{z^{-1}}{1 + h/T_i}} \cdot U(z) + K_p \cdot (1 + h/T_i) \cdot E(z) = \underbrace{\frac{(h/T_i) \cdot z^{-1}}{1 + h/T_i - z^{-1}} \cdot U(z)}_{=U_i(z)} + \underbrace{K_p \cdot (1 + h/T_i) \cdot E(z)}_{=U_p(z)} \tag{1.5}$$

Vi kan nu skriva regulatorn på följande sätt:

$$\begin{aligned} U_i(z) &= \frac{1}{1 + h/T_i} \cdot z^{-1} \cdot U_i(z) + \frac{h/T_i}{1 + h/T_i} \cdot z^{-1} \cdot U(z) \\ U(z) &= K_p \cdot (1 + h/T_i) \cdot E(z) + U_i(z) \end{aligned} \tag{1.6}$$

Observera att det är samma regulator som i ekv. (1.3) men den är omskriven så att reglerfelet bara påverkar P-delen.

1.2.1 PI-regulatorns differensekvationer

Uttrycken i ekv. (1.6) överförs till följande differensekvatoner:

$$u_{\mathrm{i}}(k) = \frac{1}{1 + h/T_{\mathrm{i}}} \cdot u_{\mathrm{i}}(k-1) + \frac{h/T_{\mathrm{i}}}{1 + h/T_{\mathrm{i}}} \cdot u(k-1)$$

$$u(k) = K_{\mathrm{p}} \cdot (1 + h/T_{\mathrm{i}}) \cdot e(k) + u_{\mathrm{i}}(k) \qquad (1.7)$$

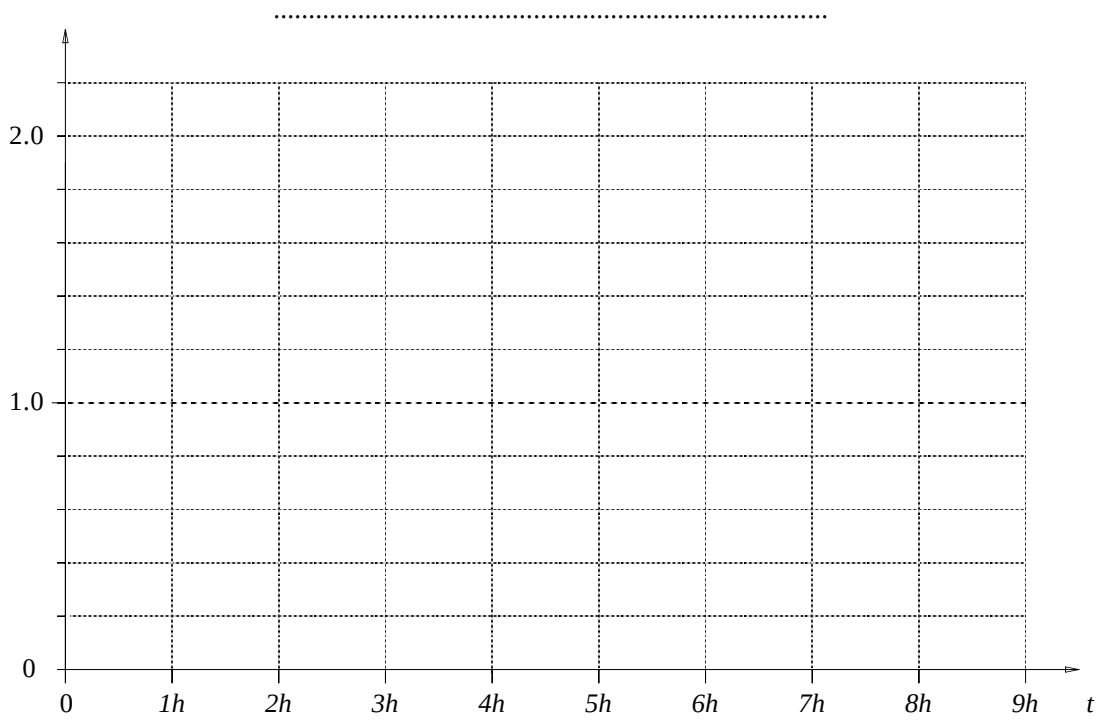
$$-u_{\max} \le u(k) \le u_{\max}$$

Praktiska regulatorer har ett begränsat intervall inom vilket styrsignalen kan variera. I vårt fall antar vi ett symmetriskt intervall kring noll.

Vid bl a stora värden på reglerfelet kommer styrsignalen att klippas enligt tredje uttrycket i ekv. (1.7). Vid beräkning av u(k) enligt det andra uttrycket i ekv. (1.7) kommer vi då att först få för stort styrvärde. Styrvärdet sätts då till $u_{\max}$ (alt. $-u_{\max}$) vilket används som insignal till regulatorns I-del i nästa samplingsintervall. Regulatorns I-del kommer härigenom aldrig att komma utanför begränsningarna.

Hemuppgift 2: Rita PI-regulatorns stegsvar på ett enhetssteg i figur 1.3.
Använd parametervärdena $K_{\mathrm{p}} = 0.8$, $\frac{h}{T_{\mathrm{i}}} = 0.25$, $u_{\max} = 2.0$.

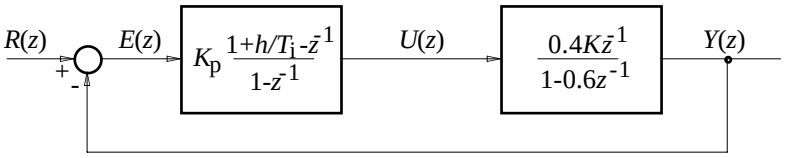
Differensekvationerna: .....



Figur 1.3. PI-regulatorns stegsvar.

1.3. Reglersystemet

Vi sätter nu ihop ett reglersystem genom att låta regulatorns utsignal styra processens insignal och genom att återkoppla processens utsignal till regulatorn. Vi får följande blockschema:



Figur 1.4. Blockschema över PI-reglering av första ordningens process.

1.3.1. Enkel dimensionering av regulatorn

Betrakta först ÖF för sammanslagningen av regulatorn och processen:

$$H_R(z)\cdot H_P(z) = 0.4KK_p \cdot \frac{1+h/T_i - z^{-1}}{1-z^{-1}} \cdot \frac{z^{-1}}{1-0.6\cdot z^{-1}} = 0.4KK_p(1+h/T_i)\frac{1-\frac{1}{1+h/T_i}z^{-1}}{1-z^{-1}} \cdot \frac{z^{-1}}{1-0.6\cdot z^{-1}} \quad (1.8)$$

Vi kan göra en dimensionering genom att välja så att regulatorns integrationstid tar ut processens tidskonstant:

$$\frac{1}{1+h/T_i} = 0.6 \Rightarrow \frac{h}{T_i} \approx 0.67 \quad (1.9)$$

Reglersystemet blir med denna dimensioinering ett system av första ordningen:

$$H_R(z)\cdot H_P(z) = \frac{Y(z)}{E(z)} = 0.67KK_p \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}} \Rightarrow \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{0.67KK_p z^{-1}}{1-z^{-1}(1-0.67KK_p)} = z^{-1} \quad (1.10)$$

om regulatorns förstärkning väljs så att $0.67KK_p = 1 \Rightarrow KK_p = 1.5$.

Hemuppgift 3:

a) Vad blir det slutna reglersystemets differensekvation med dimensioneringen enligt ekv. (1.10)?

b) Blir det något kvarstående fel vid konstant börvärde?

c) Hur stort blir ärvärdets fördröjningvid stegbörvärde?

d) Vid vilkeet värde på KK_p uppnås stabilitetsgränsen?

1.3.2 Dimensionering så att ÖF får dubbelrot

Dimensionering av regulatorn skall göras så att det slutna systemet får en dubbelrot. Utgå från figur 1.4 och ställ upp ÖF för det slutna systemet.

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{0.4KK_p \cdot (1 + \frac{h}{T_i} - z^{-1}) \cdot z^{-1}}{1 - (1.6 - 0.4KK_p \cdot (1 + \frac{h}{T_i})) \cdot z^{-1} + (0.6 - 0.4KK_p) \cdot z^{-2}} \tag{1.11}$$

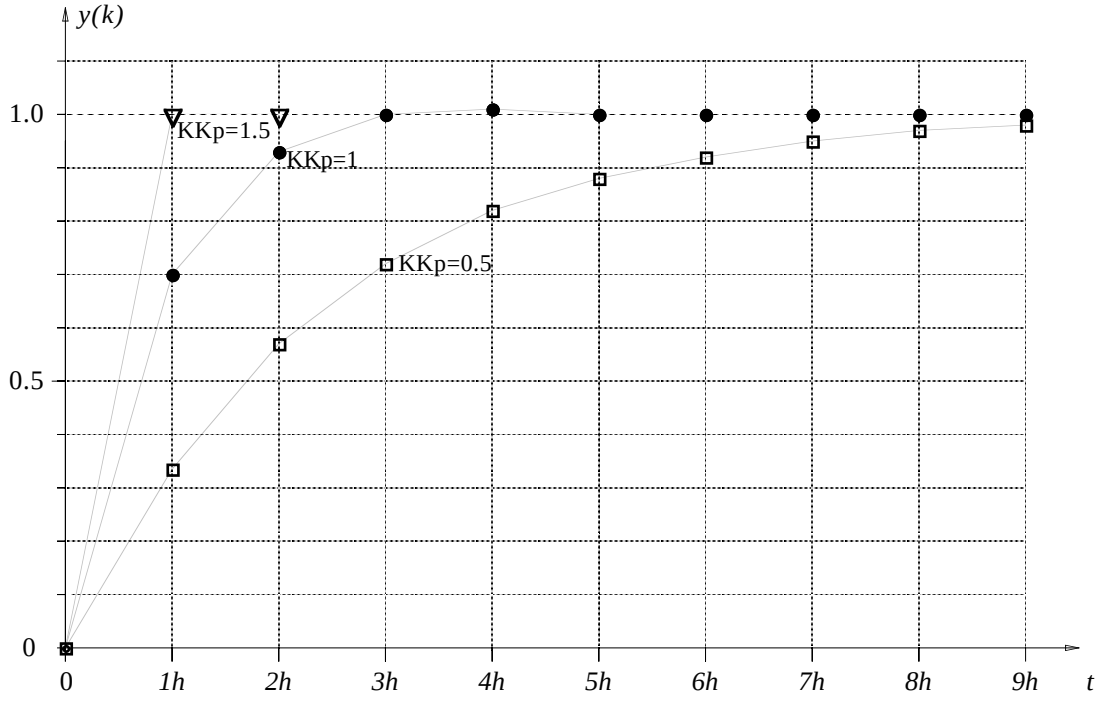
Dubbelrot om vi väljer $(0.8 - 0.2KK_p \cdot (1 + \frac{h}{T_i}))^2 - (0.6 - 0.4KK_p) = 0$ vilket ger ÖF:

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{0.4KK_p \cdot (1 + \frac{h}{T_i} - z^{-1}) \cdot z^{-1}}{(1 - (0.8 - 0.2KK_p \cdot (1 + \frac{h}{T_i})) \cdot z^{-1})^2} \tag{1.12}$$

Vi nöjer oss med att bestämma två punkter, dvs två olika par KKp och h/Ti, enligt tabellen:

KKp	h/Ti	Y(z)/R(z)	y(k)
0.5	0.68	$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{0.34z^{-1} - 0.20z^{-2}}{1 - 1.26z^{-1} + 0.40z^{-2}}$	$y(k) = 1.26y(k-1) - 0.4y(k-2) + 0.34r(k-1) - 0.2r(k-2)$
1.0	0.76	$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{0.70z^{-1} - 0.40z^{-2}}{1 - 0.90z^{-1} + 0.20z^{-2}}$	$y(k) = 0.9y(k-1) - 0.2y(k-2) + 0.7r(k-1) - 0.4r(k-2)$

Vi ritar stegsvaren för ovanstående två fall samt för dimensioneringsexemplet i avsnitt 1.3.1.

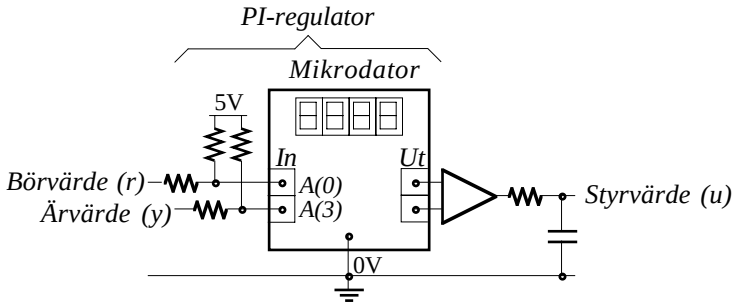


Figur 1.5. Reglersystemets stegsvar för två olika förstärkningar.

2 MIKRODATORN

Mikrodatorn har 8-bitars *A/D-omvandlare*, analog(0),..., analog(6), vilka används för att mäta in börvärdet (r) och ärvärdet (y). Insignalerna till A/D-omvandlarna skall vara i intervallet 0 - 5 volt. Medan reglersystemets signaler är ± 5 volt så läggs en offset och en signaldämpning före A/D-ingångarna med två lika motstånd se figur 2.1. De omvandlade digitala insignalerna ligger i intervallet 0 - 255 där talet 128 motsvarar insignalen “0 V”.

Mikrodatorn har inga *D/A-omvandlare* men däremot speciella digitala utgångar med pulsbreddsstyrda signaler för motorstyrning. Detta är ett mycket enkelt och vanligt sätt att få en förenklad analog utgång. Styrvärdet från mikrodatorn består således av två pulsbreddsstyrda signaler med pulshöjden 12 volt och frekvensen 1 kHz. För att bilda en enda styrsignal använder vi en OP-förstärkare som är diffkopplad.



Figur 2.1. Mikrodatorns anslutningar till insignaler och utsignaler.

Mikrodatorn styr ut 12 volt vid det digitala styrvärdet 100 och A/D-omvandlaren ger det digitala värdet 100 då skillnaden mellan börvärde och ärvärde är 4 volt. Mikrodatorns egen signalförstärkning är således 3 gånger vilket skall beaktas när regulatorns förstärkningsparameter ställs in.

Regulatorns differensekvationer skrivs i mikrodatorn på följande sätt:

$$ui = K1 \cdot ui + (1 - K1) \cdot u$$

$$u = K2 \cdot e + ui \qquad (1.13)$$

$$-100 \le u \le 100$$

där

$$K1 = \frac{1}{1 + h / T_i}$$

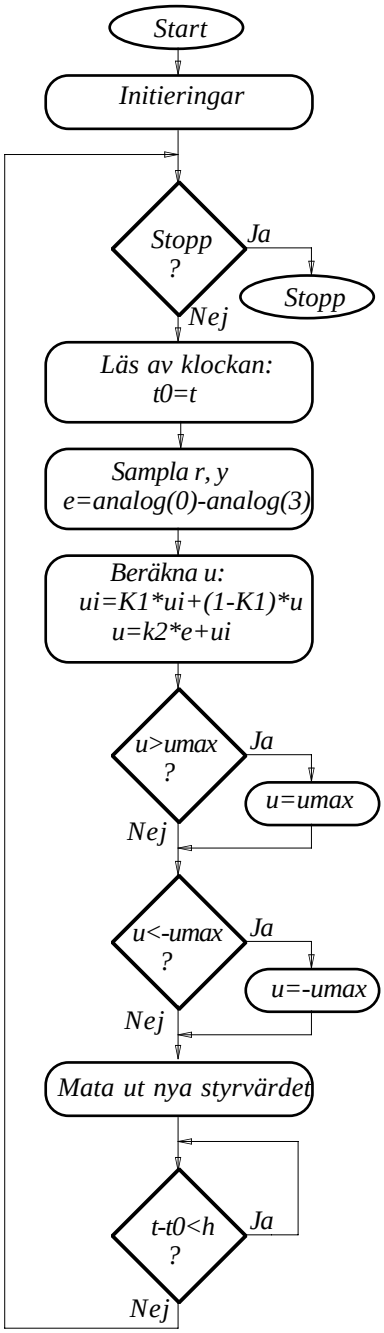
$$K2 = \frac{K_p}{3} \cdot (1 + h / T_i) \qquad (1.14)$$

Hemuppgift 4: Bestäm, med hjälp av avsnitt 1.3.2 och det i laboration 3 i Analog reglerteknik uppmätta K-värdet, regulatorns förstärkning och integrationstidskonstant och därefter konstanterna K1 och K2.

h = ... K = ... K_p = ... T_i = ... K1 = ... K2 = ...

2.1 Programmet

Den digitala PI-regulatorn skrivs i en variant av programspråket C. Programmets flödesschema framgår av figur 2.2. Efter initieringar av variabler och konstanter (flyttal) genomlöps en loop varje 50 ms (samplingstiden) genom att klockan (seconds()) avläses. I loopen samplas först börvärde och ärvärde och sedan beräknas styrvärdet och därefter matas styrvärdet ut.



Programlistning:

(Programspråk: IC)

```
void main(void)
{
/* Initieringar: Variabler och konstanter är flyttal */
float h = 0.05;
float t0;
float e;
float ui;
float u;
float  K1=.....;
float  K2=.....;
/* Början på loop som genomlöps varje sampel */
/* Avbryts genom att trycka på stoppknappen */
while(!stop_button()){
/* Läs av klockan (seconds()) */
t0=seconds();
/* Sampla r (analog(0)) och y (analog(3)) och bilda e */
e=(float)(analog(0)-analog(3));
/* Regulatorn beräknar styrvärdet u */
ui=K1*ui+(1-K1)*u;
u=K2*e+ui;
/* Max styrvärde är 100 */
if (u>100.0){u=100.0;}
if (u<-100.0){u=-100.0;}
/* Mata ut styrvärdet till motor 2 */
motor(2,(int)u);
/* Vänta ut samplingsintervallet och börja om i loopen */
while (seconds()-t0)<h){}
}
}
```

Figur 2.2. Flödesschema och C-program.

3. LABORATIONSUPPGIFTER

Hemuppgifterna redovisas för laborationshandledaren. När hemuppgifterna är avklarade påbörjas nedanstående laborationsuppgifter.

3.1 Programmering av PI-regulatorn

1) Laborationshandledaren instruerar först hur man handhar mikrodatorn.
2) Skriv därefter in C-programmet enligt figur 2.2 med de parametervärden som beräknats i hemuppgift 4.
3) Låt laborationshandledaren granska programmet.

3.2 Uppmätning av PI-regulatorns stegsvar

1) Anslut börvärde och ärvärde till mikrodatorns ingångar men vänta med att koppla in motorn.
2) Diskutera lämpligt börvärde med handledaren. Förslagsvis 1 volt steg.
3) Tag upp regulatorns stegsvar genom att mäta börvärdessignalen och styrvärdessignalen med ett oscilloskop.
4) Skriv ut det uppmätta stegsvaret och kontrollera om regulatorns stegsvar stämmer med beräkningarna.

Kommentar:

3.3 Uppmätning av det slutna systemets stegsvar

1) Anslut effektförstärkare och motor. Låt handledaren kontrollera hela uppkopplingen innan igångkörning.
2) Diskutera lämpligt börvärde med handledaren.
3) Tag upp reglersystemets stegsvar genom att mäta börvärdessignalen och ärvärdessignaln med ett oscilloskop.
4) Skriv ut det uppmätta stegsvaret och kontrollera om regulatorns stegsvar (stigtid och översväng) stämmer med beräkningarna.

Kommentarer:

3.4 Kvarstående fel vid ökad belastning

1) Använd konstant börvärde. Klarar regulatorn att hålla konstant varvtal vid ökad belastning?.

Kommentar:

3. FRÅGOR

Laborationen avslutas med att nedanstående frågor besvaras. För godkänd laboration krävs att hemuppgifterna och laborationsuppgifterna först är korrekt gjorda samt att frågorna sedan blir rätt besvarade.

1) Vad blir den diskretiserade överföringsfunktionen för följande process? Samplingsintervallet är $h = 0.05$ s.

$$G(s) = \frac{0.6}{1 + 0.08s}$$

2) Vad är överföringsfunktionen för en tidsdiskret regulator som har samplingstiden $h = 0.05$ sekund, förstärkningen $K_p = 2$ och integrationstidskonstanten $T_i = 0.1$ sekund?

3) Blir ett reglersystem snabbare eller långsammare när man använder en tidsdiskret regulator istället för en analog (tidskontinuerlig) regulator i vårt fall? Motivera

4) Betrakta ärvärdets stegsvar.

a) Varför inleds förloppet med en betydande dödtid?

b) Varför får stegsvaret en större översväng än beräknat?

5) Vid konstant börvärde skall PI-regulatorn klara att stationärt hålla varvtalet konstant.
Vilken signal i reglersystemet ökar stationärt när motorns belastning ökas?